

類推を用いた数学の学習支援システム

Learning Support System for Mathematics by using Analogy

草田 圭輔* 砂山 渡
Keisuke Kusada Wataru Sunayama

広島市立大学大学院情報科学研究科
Graduate School of Information Sciences, Hiroshihma City University

Abstract: And the knowledge of one field based on, in order to analogize the knowledge of other fields, it is necessary to understand the nature to be a common point of both the knowledge . Even if only the formula is remembered earnestly , and there is a formula of the same meaning of the plural by solved learning method without also understanding kind in learning of mathematics , it'll be the circumstances which can't be applied because those are remembered as the separate formula . In this study , problem of different fields with a common essence , we propose a learning system to support the analogy of both fields on an understanding of the essence .

1 はじめに

小学校、中学校、高校の児童や生徒が、計算によって解答を導き出す科目や分野の問題解決過程には、3ステップある。問題の解決方法を説明する「考え方」、考え方に基づいて問題を解けるようにする「問題の定式化」、そして定式化により与えられる式に基づいて答えを求める「計算」がある。しかし、「問題の定式化」、つまり、「公式」を活用して「計算」を行うことによって、試験で得点が取れるため、学生のレベルに応じてはこの本質部分が省略されることも少なくない。生徒達も「公式」のみを覚えれば得点がとれることを知っているため、わざわざ考え方を学ぶ必要がないと考えている。教師も問題解決過程を全て教えていては、授業時間が足りなくなる。そのため、「考え方」に十分時間をかけて教えることができない。しかし、この学習方法では公式やパターンを暗記する必要があることに加え、類似する他の問題への応用を考えることができない欠点が生じる。

最近までの国内での教育課程実施状況調査や国際的な学力調査の結果分析によると、計算などの技能の定着について低下傾向は見られないが、計算の意味を理解することなどに課題が見られる。また、身に付けた知識や技能を生活や学習に活用することが十分でないといった状況が見られる [1]。

算数、数学の学習目的として、身に付けたものを生活や他教科等の学習、より進んだ算数・数学の学習へ活用することが重要だといわれている [1]。これより、学

習した内容を他の問題へと活用することは重要だとわかる。すなわち、上記で述べた欠点を改善することは重要であるとわかる。

また、最近では学校の授業において ICT の活用が増えてきている。平成 26 年に全国の公立学校を対象にアンケートを行ったところ、タブレット端末の台数が前年より 2 倍に増加し、7 万台以上にも増加した [2]。今では、ICT を活用して授業を行うことは珍しくなくなってきたため、数学や算数の学力向上のシステムやアプリが必要不可欠となっている。

その他にも、学習支援システムを作成する際に注意すべき点がある。異なる学習分野や、問題のレベル、生徒の学力に応用することができない点が挙げられる [3]、[4]。システムを作成しても、汎用性がなければ、意欲の低下や、復習になってしまうため、学習者に良い影響を与えることはできない。

そこで、本研究では、共通の考え方（本質）を持つ異なる分野の問題に対して、本質の理解を促した上で両分野間の類推を支援する学習システムを提案する。

2 関連研究

類似関係に注目した事例検索システムによる数学学習支援 [5] では、人間は新しい問題解決を行う際に、よく過去の問題経験を想起し、その解法を新しい問題に適用すると述べている。そのため、過去の問題をデータベースに組み込み必要ときに呼び出せるようなシステムを開発している。しかし、まだ呼び出せるだけで、学習者に提供しているわけではないことに加え、考え方の理解を促す枠組みを含んでいない。

*連絡先：広島市立大学大学院情報科学研究科システム工学専攻
〒731-3194 広島市安佐南区大塚東三丁目4番1号
E-mail: kusada@sys.info.hiroshima-cu.ac.jp

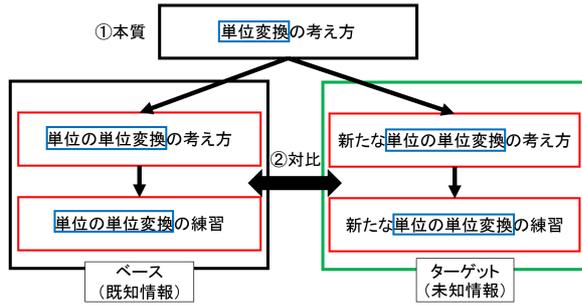


図 1: 類推による学習の枠組み

直感的な意味付けとその繰り返により問題の考え方の理解と定着を促す学習システム [6] では、問題を解く過程を重視した。頭の中で考えることを短時間に繰り返す練習により、問題を解く際の「考え方」を身につけられる学習システムを構築した。しかし、基本的な「考え方」を学ぶだけで、他の問題に応用しなかった。数学の学習システムの関連研究としては、「理解度に対応した一次方程式の学習支援システム」がある [7]。文章題の問題を出題し、解答者は数式を入力して答えを導くシステムとなっている。解答を間違えると、データベースから解答例を表示し、学習させる仕組みとなっている。本研究との相違点は、学習時に解答例として、本質を表示させるが、別の問題を表示させて学習を行う点が異なる。

3 類推を用いた数学の学習システム

3.1 本研究における類推

本研究で提案する、類推による学習の枠組みを図 1 に示す。学習中に類推を行う本研究の枠組みは、本質と対比から構成される。なお、図中の青枠部分には、類推を用いた学習分野が入る。この図では、例として「単位変換」の場合の枠組みを示している。

本質では学習者が学習分野の「考え方」を理解することを表す。また対比は、新たに学習したい内容（ターゲット：未知情報）を、すでに学習した内容（ベース：既知情報）と照らし合わせながら学習を進めることを表す。

すなわち、ベースとターゲットの共通点となる「考え方」を抑えた上で、両者の類似性に着目させることで、類推を促す。

3.1.1 本質

本質とは、学習過程内の基本的な「考え方」のことを示している。例えば、単位変換においては、「単位変

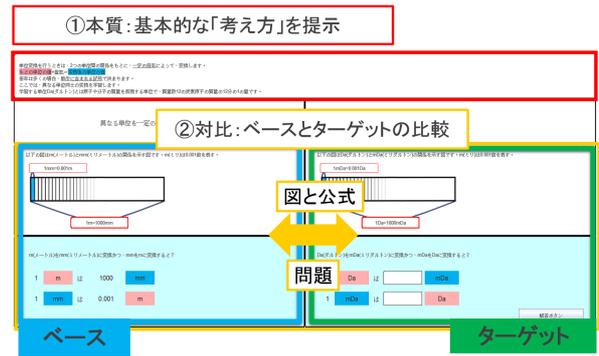


図 2: 類推を用いた学習システムの画面構成

換を行うときは、2つの単位間の関係をもとに、一定の倍率によって、変換する」という説明が相当する。学習分野内では、本質は共通になっている。また、本質の定着を促すために、学習分野で扱う公式やイメージ図、練習問題を用意して定着を図った。

3.1.2 対比

対比とは、ベースを基にしてターゲットの内容を理解することを表す。例えば、1km は 1000m になるという既知情報をもとに、1kSv/h が何 Sv/h になるかを考える場合、既知情報を基に、「k」が「1000 倍」を表すと推測されることから、1000Sv/h だと類推して答える。すなわち、ターゲットの学習を行う際には、ベースでの解法を参考にし、ターゲットの学習に応用する。

この本質と対比を「単位変換」のみではなく、類推を用いることができる様々な学習分野に応用することができる。そこで、応用したものをフローチャートに沿って、学習を進めていく。以下では、数学で類推を用いることができる様々な学習分野を説明する。

上記を基に、類推を用いた学習システムを構築した(図 2)。画面上部が本質、下部が対比の画面となっている。画面下部の各画面についてそれぞれ説明していく。

まず、対比の画面上部について説明する。上部では、図と公式を示しており、学習分野に応じて内容が変わる仕組みとした(図 3)。下部では問題演習の例を示した(図 4)。こちらも学習分野に応じて変わる仕組みとした。ベースとターゲットでは同じ図を示しているが、公式については計算式は同じだが、内容は異なっている。問題演習も計算式は同じだが、内容は異なるようにした。また、ターゲットは空欄に答えを記入するように設計した。

以下の図はm(メートル)とmm(ミリメートル)の関係を示す図です。
 m(ミリ)は0.001倍を表す。

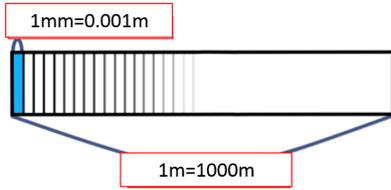


図 3: 単位変換のベースの考え方の例

m(メートル)をmm(ミリメートル)に変換かつ、 mmをmに変換すると?				
1	m	は	1000	mm
1	mm	は	0.001	m

図 4: 単位変換のベースの練習問題の例

3.1.3 類推学習の流れと学習ステップ

類推学習のフローチャートに示す(図5). フローチャートで表した順番で各パネルを見て学習していくことで、本質と対比を意識して学習を進めることが可能になる。また、青い枠で囲まれている部分を1ステップとし、学習対象とする学習分野内では、問題の難易度が異なる複数のステップを用意した上で、ステップごとにこのフローチャートに基づく学習を繰り返す。

3.2 類推学習の対象となる学習分野

数学で、類推を行うのにふさわしい学習分野には、以下の例がある。

- 2進数の計算をベースとし、3進数の計算を行う
 - － 2進数 1010 と 2進数 0001 を足す計算を基に 3進数 1010 と 3進数 0002 を足す計算を行う
- 単位変換において、既知の単位をベースとし、未知の単位を求める
 - － 1km は 1000m を利用し、1kSv/h が 1000Sv/h だと求める
- 二次元ベクトルの考え方を利用し、三次元ベクトルに応用する
 - － 1つのベクトルを他の2本のベクトルを利用して求める

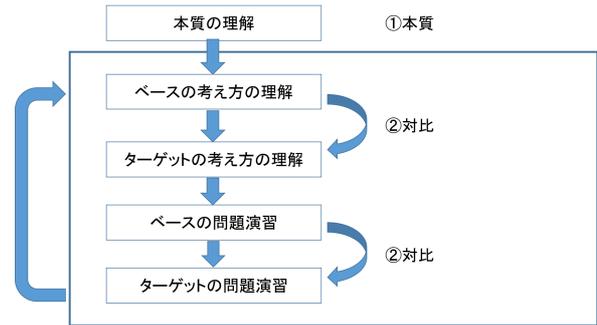


図 5: 類推学習のフローチャート

- 基にする値・割合(量)・比較量において、既知の関係をベースとし、未知の関係を求める
 - － 値段、個数、合計金額の関係を利用し、エンジンの回転速度、時間、エンジンの回転数を求める

本研究では、「単位変換」と「基にする値・割合(量)・比較量」の2つの学習分野を対象としてシステムを実装した。以下で、この2つの学習分野の具体的な実装内容について述べる。ただし以下では、「基にする値・割合(量)・比較量」は、学習者の理解のしやすさを考慮して、「基にする値・割合(量)・実際の値」と呼ぶ。

3.3 単位変換の学習

3.3.1 単位変換の本質

単位変換を行うときは、2つの単位間の関係をもとに、一定の倍率によって、変換する。式で表すと、「もとの単位の値×倍率=変換後の単位の値」となる。倍率は多くの場合、単位に含まれる記号で決まる。また、異なる単位同士の足し算の場合は、どちらかの単位に単位変換を行ってから足し算を行う。また、もとの単位の値と、変換後の単位の値には色をつけた。類推を行う上で重要な対比を行う際に色が合ったほうが、分かりやすいと考えたことによる。変換後の単位の値は倍率に応じて色が変わる仕様に変更した。

3.3.2 単位変換の対比

「1m を mm に変換すると 1000mm」、「1mm を m に変換すると 0.001m」といった単位変換をベースとして設定し、「1Sv/h を mmSv/h に変換すると 1000mmSv/h」、「1mmSv/h を Sv/h に変換すると 0.001Sv/h」といった学習者が知らない単位変換をターゲットの学習として行う。本研究では、ベースとして、「m(メートル)と km(キ

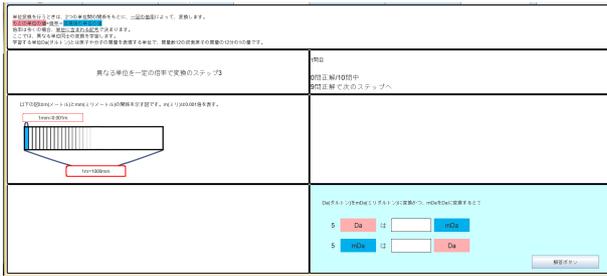


図 6: 単位変換におけるステップ 3 のシステム画面

ロメートル)」、「m と mm(ミリメートル)」、「m と cm(センチ)」、「L(リットル) と dL(デシリットル)」の関係を扱った。この 4 つを選んだ理由は、学習者全員に定着していると考えたことによる。ターゲットは学習者が学びたいと思った単位を自由に選択することができるようにした。

3.3.3 単位変換におけるステップ構成

単位変換におけるステップ構成は、6 ステップとした。ステップ 1, ステップ 2 は、簡単な数値を用いて新たな単位の「考え方」を定着させる。ステップ 3 では、定着したかどうか、類推を行うことができているかを調べるために練習問題を行った。このステップでは、図 6 のようなパネルの配置にした。これにより、ターゲットに関する公式やイメージ図を見ることなく、答えを求めることができるかどうかを確かめることができる。そのため、類推を上手く利用できているかを判断することができ、さらに、本質の定着を促すこともできる。

ステップ 4 からステップ 6 は、異なる単位同士の足し算「1m と 1km を足すと何 m になるでしょうか」といった単位変換の応用問題を実装した。ステップ 4, ステップ 5 では、簡単な数値同士の足し算を行い、ステップ 6 はステップ 3 と同様のパネル構成で行った。

また、扱う問題は暗算可能な数値を用いて簡単な計算で済むようにした。同じ問題を続けて行う必要はないため、ランダムで出題した。

3.4 基にする値・割合(量)・実際の値の学習

3.4.1 基にする値・割合(量)・実際の値の本質

「基にする値・割合(量)・実際の値」とは、「基準量・割合・比較量」と呼ばれる関係のこと。本研究では、直感的に理解できるようにするため、「基にする値・割合(量)・実際の値」と呼ぶこととした。また、本質を説明するパネルに色をつけることで、各値がどの値に該当するかを意識させ、類推を行いやすい環境を作った。

3.4.2 基にする値・割合(量)・実際の値の対比

「1 個当たりの値段×個数=合計金額」をベースとして設定し、ターゲットの学習を行った。ターゲットとしては、「1 秒あたりに送られるデータ量×時間=送信された全体のデータ量」といった学習者が知らない関係を学習する。本研究においてベースは、学習者に定着しているであろう上記の関係を使用した。また、システム画面では本質と同様に各値に色をつけた。

3.4.3 基にする値・割合(量)・実際の値におけるステップの構成

「基にする値・割合(量)・実際の値」におけるステップの構成は、3 つの値それぞれに、単位変換の学習と同様の 3 ステップを用意した。9 つの全てのステップクリア後に 2 ステップを有する総合問題を設けた。すなわち、合計 11 ステップの学習過程となる。総合問題では、3 つの値それぞれを求める問題がランダムで出題される。

4 類推を用いた学習支援の評価実験

4.1 実験手順

本システムによって、共通の考え方(本質)を持つ異なる分野の問題に対して、本質の理解を促した上で両分野間の類推の支援がなされているかを実験によって評価する。情報科学を専攻する大学生・大学院生 16 名を被験者とした。事前テストの結果により、結果が均等になるように提案群 8 名と比較群 8 名の 2 群に分けた。また、実験は事前テストを行ってもらった後、学習を 5 日間してもらい、学習が終わってから 3 日後に事後テストとアンケートを実施した。

4.2 事前・事後テスト

事前テストは、「システム内でベースとなる内容」「未知の内容かつシステム内で学習する内容」および「未知の内容かつシステム内で学習しない内容」の 3 種類を実施した。

1 種類目の「システム内でベースとなる内容」では、1m は 1000mm といった被験者が知っているだろう簡単な単位変換をテストした。次に、「未知の内容かつシステム内で学習する内容」では、1Da (ダルトン) は 1000mDa (ミリダルトン) 等の被験者が知らない単位の内容をテストした。最後に「未知の内容かつシステム内で学習しない内容」では、実験用に作成した新たな単位を用いてテストを行った。これは、被験者が絶対

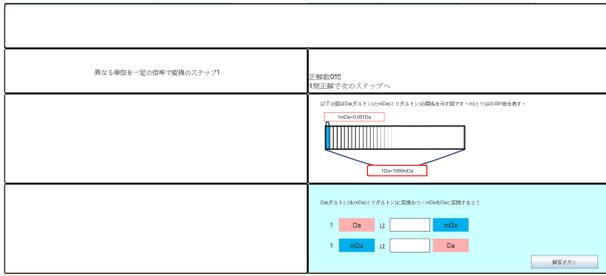


図 7: 比較システムのシステム画面

に知らない単位となる。各種類毎に1分ずつでテストを行った。事後テストは事前テスト同様に、3種類のテストを行った。制限時間も同様に1分で行った。また、事前テスト、事後テスト共に筆記で行った。単位変換だけでなく、基にする値・割合(量)・実際の値に関しても同様に、3種類のテストを事前と事後で行った。

4.3 比較システム

比較群には提案システム(図2)の本質とベース部分を除いた図7の比較システムを用いて学習を行ってもらった。学習過程に関しては提案群と少し異なる。その根拠は、比較群は、ターゲットのみの学習を行うため、提案群と同様のステップ構成では不具合が生じると考えたことによる。ただし、提案群と比較群の間で、学習量に差が出ないようにステップ数と問題数の調整を行った。

4.3.1 比較システムのステップ構成

比較システムの「単位変換」は4ステップとした。「基にする値・割合(量)・実際の値」は各値に2ステップ、総合問題に1ステップで、全7ステップで構成されている。提案群における、単位変換のステップ数は全部で6ステップだったが、比較群では、4ステップとなっている。しかし、提案群と比較群の問題数は共に43問に設定した。「基にする値・割合(量)・実際の値」に関しては、提案群は11ステップ、比較群は7ステップとなっている。単位変換と同様に、両群共に問題数は83問に設定した。

4.4 評価実験の結果

4.4.1 問題を解く時間の結果

学習開始時と終了時で問題を解く速度に変化があったかを調べた(図8)。提案群に関しては、ベースの演

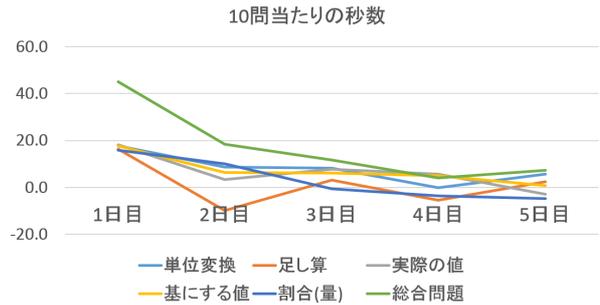


図 8: 学習時の提案群と比較群の時間差(秒: 平均値)

習問題の解き方と、ターゲットの図と公式がないときのタイムを使用している。

1日目の学習では、全ての項目において提案群よりも比較群のほうが、問題を解く速度が速いとわかる。これは、提案群が類推を行うために、本質の理解やベースとターゲットの対比を行うことで、時間がかかってしまったことが原因だと考えられる。

しかし、5日目の学習では提案群と比較群の問題を解く速度が同程度になっていることがわかる。類推を用いて解くことに慣れてきたことや、類推を用いることで学習内容をより理解したことで、問題を解く速度が提案群と比較群で同程度になったと考えられる。特に、基にする値・割合(量)・実際の値を求める問題がランダムで出題されるため、難易度が高いと考えられる「総合問題」において、提案群と比較群の差が5日間で40秒も差が縮んでいることは、類推を用いて学習したことが大きな要因といえる。

このことから、提案群は類推を用いることで、比較群と同程度の速さで問題を解けるようになったといえる。

4.4.2 事前テストと事後テストの結果と考察

学習の前後で、提案システムが有効であるかを調べるために、事前テストと事後テストの結果を調べた。学習前に行った事前テストでは、「単位変換」、「基にする値・割合(量)・実際の値」で、両群共に差はなかった。

学習後に行った事後テストで、t検定を行った結果、「単位変換」、「基にする値・割合(量)・実際の値」両群共に全体の結果に差はなかった。しかし、「単位変換」では、提案群の「学習する単位」と、「未知の単位」の間には、差はなかったが比較群には大きな差があった(表1)。この差に関しては、提案群は類推を用いて学習を行ったため、「未知の単位」にも対応することができたと考えられる。また、「基にする値・割合(量)・実際の値」では、提案群の「学習する関係」と、「未知の関係」の間には、差はあったが比較群ほど大きな差はな

表 1: 「単位変換」の事後テストの結果

	提案群	比較群
学習する単位 (8問)	7.5	7.8
未知の単位 (8問)	7.3	6.3
t検定	p>0.1	p<0.01

表 2: 「基にする値・割合(量)・実際の値」の事後テストの結果

	提案群	比較群
学習する関係 (9問)	8.1	8.0
未知の関係 (9問)	6.3	5.5
t検定	p<0.05	p<0.01

かった(表2)。これも「単位変換」と同様に、提案群が類推を用いて学習を行っていたためだと考えられる。

このことから、提案群は「未知の内容」に関しても類推を用いて、他の問題へと応用することができたといえる。

5 おわりに

共通の考え方(本質)を持つ異なる分野の問題に対して、本質の理解を促した上で、両分野間の類推を支援する学習システムを作成した。

作成したシステムを使って実験を行った結果から、類推を用いた学習では未知の問題に応用することができることがわかった。このことから、今回作成したシステムは有効だと考えられる。

今回の実験では、被験者が大学生だったため、中学生や高校生で実験をし、さらに学習期間も長くすることで、現在よりもさらに良い結果が得られると考えられる。

また、今後は他の類推を用いた学習が可能な分野への応用を検討したい。

参考文献

- [1] 文部科学省：小学校学習指導要領解説 算数編，(2008)。
- [2] 文部科学省：(URL)http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/zyouhou/1350411.html

- [3] 荒義明，堀口秀嗣，前田真人：小学生のためのウェブサイト「算数のまとめ：6年生」とe-L倶楽部，日本教育情報学会年会論文集，第24回，210-211，(2008)。
- [4] 江崎光治，佐々木喜一郎，安田孝美：特別支援教育におけるタブレット端末向け学習コンテンツ制作の取り組み，第76回全国大会講演論文集，2014(1)，823-825，(2014)。
- [5] 小島一晃，三輪和久：類似関係に注目した事例検索システムによる数学学習支援，電子情報通信学会技術研究報告．ET，教育工学102(65)，35-40，(2002)。
- [6] 長田佳倫，砂山渡，川本佳代：直感的な意味付けとその繰り返しにより問題の考え方の理解と定着を促す学習システム，日本知能情報ファジィ学会誌，27(5)，723-733，(2015)。
- [7] 宮地功：理解度に対応した一次方程式の学習支援システム，電子情報通信学会技術研究報告．ET，教育工学103(368)，7-12，(2003)。