

確率的経路生成モデルの規格化条件の導出と実験による評価

Derivation of Normalization Conditions for Probabilistic Route Generative Model and Experimental Evaluation

柴田祐樹^{1*} 高間康史¹
Hiroki Shibata¹ Yasufumi Takama¹

¹ 東京都立大学大学院システムデザイン研究科

¹ Graduate School of System Design, Tokyo Metropolitan University

Abstract: This paper derives normalization conditions for the probabilistic route generative model (PRGM). Variety of uncertainty must be dealt with in the sightseeing route recommendation. PRGM is appropriate as the model of it because PRGM intrinsically expresses the uncertainty, and can employ well studied methods such from statistical physics. After the proposal of PRGM, its formulation still lacks generality, i.e., each node in a graph of road map must be visited only once or less than once. It is extended so that any node can be visited infinitely and shows conditions the model satisfies mathematically and its validity by numerical experiments.

1 はじめに

本稿では、確率的経路生成モデルの確率分布が規格化されるための目的関数が持つべき条件の導出を行う。また評価実験によりその妥当性を示す。本研究はインタラクティブ観光経路推薦システムに関するものである。

インタラクティブ観光経路推薦のための確率的経路生成モデルが提案されている [1]。文献 [1] は、不確実性の多い状況で利用が想定される観光経路推薦システムに対して、確率モデルによる推薦問題の定式化の有用性を主張している。一般のグラフ上での順回路（経路）を扱い、巡回 Salesman 問題（Traveling Salesman Problem）[9]と同様に一つ経路で各節点は一度のみ通過可能であるとしている。本研究では、このモデルを拡張し、何度でも節点を通過可能であるとする。この仮定は、もと来た道を引き戻さなくてはならない事態の発生しうる、インタラクティブな経路推薦を行う上で必要となる。文献 [1] はインタラクティブに実際の状況に応じて経路を再構成することを想定しているモデルであるが、この仮定を満たしていないため、起こりうる経路の経路長さが有界でなくなるといった問題が発生する。より形式的に言えば、経路の状態空間の大きさが [1] で仮定されていた有限で

はなく無限になるという問題がある。無限の状態空間に対して定められる確率分布は、各標本に対する確率の和が 1 となることが自明ではないため、規格化の条件を別途定める必要がある。本研究はこの問題に取り組む。

不確実性とは、天気の変化、交通網上で事故、予定の変更、移動速度のばらつきなどの観光を行う上で発生しうる要因のことである。観光経路推薦における不確実性を取りあつかう方法は、[1] のような確率分布による方法以外にも数多く研究されている [2,3]。扱う不確実性の粒度はそれぞれの研究で異なるが、これらはどれも経路を求める問題を TSP、および Selective TSP (STSP) [9] をもとにした最適化問題として定式化し、最適な経路を利用者へ提示することを想定している。実際の不確実性への対処方法として、[3] はユーザからのフィードバックを得られるたびに再計算を実行するシステムを提案している。[2] は問題の定式化に着目している一方で実時間での状況変化へ対処法については言及がされていない。このように不確実性を適切に取り扱う試みが最適化問題の枠組みでなされているが、依然としてさらなる一般化の余地が残されていると言える。

[1] は経路の確率生成モデルを観光経路推薦に用いることを提案している。確率分布を用いることで、不確実性はモデルに内在するため、追加の定義なしに表現することが可能となる。また、近年統計物理学の発展により得られている、Markov Chain Monte Carlo (MCMC) 法 [7] や、Exchange Monte Carlo 法 (EMC) [6, 10] と

* 連絡先：東京都立大学システムデザイン学部情報科学科
〒191-0065 東京都日野市旭が丘 6-6
E-mail: hshibata@tmu.ac.jp

言った多くの先進的な標本抽出法を用いることができる。Bayes 推論の枠組みを適用可能であることから、先端の機械学習の成果を取り込むことが容易である。確率モデルの標本抽出法は単一解の最適化法に比べると計算量が大きいので、従来は実問題への適用が難しくあったが、近年の計算機の発展により、実用化の可能性が見られる。これらの背景から、[1] の提案は近年の背景に即したモデル化となっていると考える。このモデルを発展させることで、今後の経路推薦問題の定式化と推薦システムの性能向上が期待できるため、本研究は [1] のモデル化に着目する。具体的に、本稿では節点の訪問回数に制限をなくす一般化を行う。

本稿は上記一般化を行う際に必要となる確率分布を規定する目的関数が満たすべき規格化条件の導出を行う。また、実際にその規格化条件を満たす目的関数を複数提案し、評価実験によりそれぞれの特性を調査する。評価実験から、規格化条件を満たす目的関数を用いた確率分布からは、経路長さの期待値が収束し、そうでない場合は収束しないことを示す。結果について理論から想定されないことに関し考察を行う。インタラクティブな推薦手法をモデルの性質から考慮し、確率的経路生成モデルの定式化を行う研究は、著者の知る限り存在しないため、本研究の創造性は高いと考える。

1.1 定義と記法

\mathbb{R}_+ を正の実数、 \mathbb{N} を自然数全体の集合とする。自然数 n に対して、 $[n] = \{1, 2, \dots, n\}$ とする。集合を $\{ \}$ で $\{1, 2, \dots\}$ のように書き、族 (列) を $(1, 2, \dots)$ のように $()$ で表す。集合 A と自然数 N に対して、 A^N は直積集合を表し、その要素 $a = (\in A^N)$ は $\forall i \in N [a_i \in A]$ を満たす列である。例えば $x \in \mathbb{R}^{[n]}$ は $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ で表される数ベクトル x の全体を意味する。 $\#A$ は A の要素の数を示す。標本空間を Ω で表す。確率変数 \mathbf{x} が与えられたとき、 $\mathbf{x}(\Omega)$ は \mathbf{x} の実現値の集合 (状態空間) を示す。 \mathbf{x} の確率分布を $p(\mathbf{x})$ 、特定の値 x に対する確率を $p(\mathbf{x} = x)$ と表す。この他の記法について [13] に従う。

2 関連研究

2.1 Traveling Salesman Problem

Traveling Salesman Problem (TSP) [9] は観光経路推薦問題の基礎的な定式化を提供する。TSP は最短順回路を求める問題であるが、これと類似の定式化で経路長さ制限が存在する元で、線形和で表される順回路の

利得 (価値) を最大化するという問題の Selective TSP (STSP) が実際には良く用いられる [1, 5, 9]。これについて説明する。 N を節点の集合、 E を辺の集合として、完全グラフ $G = (N, E)$ を考える。STSP は各 $n \in N$ に価値を割り当てる $b: N \rightarrow \mathbb{R}$ を定義する。これは観光経路における、スポット (Point of Interest) の価値に相当する。経路を $x \in N^{\mathbb{N}}$ で表し $L_x (\leq \#N)$ を x の長さであるとする*1。 $w: E \rightarrow \mathbb{R}_+$ を辺の重み、 $f: N \rightarrow \mathbb{R}_+$ を節点での滞在時間とする。ある $C \in \mathbb{R}_+$ に対して、以下の P_1, P_2, ϕ を定義する。

$$\phi(x) = - \sum_{i=1}^{L_x} b(x_i), P_1(x) : \Leftrightarrow i \neq j \Rightarrow x_i \neq x_j$$

$$P_2(x) : \Leftrightarrow \sum_{i=2}^{L_x} [w(x_{i-1}, x_i) + f(x_i)] < C, \quad (1)$$

このとき、STSP は、

$$P(x^*) \wedge \phi(x^*) = \min_{P_1(x) \wedge P_2(x)} \phi(x)$$

となる x^* を求める問題と定式化される*2。

C は時間制約 (time budget) などと呼ばれ、全体の旅行にかかることのできる総時間である。この定式化では問題のグラフは完全グラフでなくてはならない。そのため、地図情報を用いるには前処理を要する。多くの研究では、地図中のうちスポットに該当する地点を、最大で 100 程度選び、それらスポットで N を定義し b, f を設定する。また、スポット間を結ぶ最短経路を w として設定する。 $\#N \approx 100$ 程度である理由は主に計算負荷の削減のためである。近年ではより高性能な計算機が利用可能となっていることから、[1] ではその計算能力を活用可能な $\#N > 1000$ の場合を想定したモデル化と計算手法を提案している。これについて節 2.3 で後述する。

2.2 最適化法と標本抽出法

節 1 で述べたとおり、本稿が研究対象とする観光経路推薦問題は、ほとんどの研究で最適化問題として定式化される。例外として [1] は標本抽出による確率分布の近似問題として定式化する。本稿の研究と関連する最適化手法と [1] で用いられる標本抽出法をここで紹介する。

1 循環定義を避けるために経路は無限列 $N^{\mathbb{N}}$ の要素であるとしている。これに形式的に長さを定めるためには、 N に実在しない特殊な節点 n^ を用意し、 $n^* = x_i$ となった i を L_x とすれば良い。

*2 普通 $\phi(x)$ の符号は本稿と逆であり \max により定義されるが、本稿の他の定式化と一貫性を取るために、 \min による定義を用いている。

観光経路推薦問題は、Non-deterministic Polynomial Hard (NP 困難) に属するため、最適化手法は主に局所最適化と Meta-Heuristics (HM) を元に近似解法として構成される。よく用いられるのが、k 最適化法 [11] と Genetic Algorithm (GA) や Simulated Annealing (SA) といった HM の組み合わせである。また、GA や SA ほどの認知度が無いと見られるが、近年発展の目覚ましいものに、Exchange Monte Carlo (EMC, Parallel Tempering とも言う) が挙げられ、TSP に対する適用事例 [6] や、STSP に対する適用事例 [1] が存在する。

k-最適化法は、最適化途中の経路 x の k 個の辺 $((x_i, x_{i+1}; i \in K), \#K = k, K \subset N$ を選び、これらについてのみ式 (1) の ϕ を最小化するように最適化を行うことを集合 K を変更しながら繰り返す。これは貪欲法であり、容易に局所最適解へ早期収束する問題があるため、MH と組み合わせて通常用いられる。

SA は目的関数 ϕ を指数部に持つ、次の Boltzmann 分布を元に構成される。

$$p(\mathbf{x} = x) = Z(T)^{-1} \exp(-T^{-1}\phi(x)) \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{x} : \Omega \rightarrow N^N$ は経路の確率変数、 Z は確率分布を規格化するための定数、 $T (\in \mathbb{R}_+)$ は温度と呼ばれる分布の平滑さを制御する制御変数である。式 (2) より、 $T \rightarrow 0$ の極限において、

$$\phi(x) = \min_y \phi(y) \Rightarrow p(\mathbf{x} = x) = \frac{1}{\#\text{argmin}_y \phi(y)},$$

$$\phi(x) \neq \min_y \phi(y) \Rightarrow p(\mathbf{x} = x) = 0$$

となる。極限の分布から標本抽出を行うことは困難であるため、MCMC 法などの平衡分布に標本が近づく手法により標本抽出を繰り返しながら、徐々に T を 0 へ近づけ、極限分布から標本、すなわち最適解を抽出することを期待する方法である。最適解が抽出できない場合でも、無作為に選んだ場合に比べれば最適解に近い解を得られることが期待できる。ここで、MCMC では、提案分布と呼ばれる状態の無作為な変更方法が定義される必要があるが、ここに k-Opt 法を用いることができる。ただし、k-Opt 法で ϕ を最小化する変更は必ずしも適用されず、MCMC の棄却基準により適用の選択がされる。詳細は省くが T が小さいほど選択基準は貪欲的になり、逆の場合探索的になる。

SA では T の変化方法の定義に自由度があり、この点に問題がある。一度設定した T の降下計画が終われば、そこで最適化が終わってしまうからである。これは、最適化に使える時間を見積もることが難しい、例えば real-time 性の高い場面で問題となる。Exchange Monte

Carlo 法 (EMC) [6, 10] はこの温度計画を不要にし、SA と同様に低い温度の分布から近似最適解を抽出可能な性質を保ちつつ、定常的に最適化を続けることができる方法である。さらに、EMC は任意の温度に対する $p(\mathbf{x})$ を近似する標本を抽出することができる。これにより、確率分布を近似することが可能となる。MCMC でも確率分布は近似できるが、多峰性の分布に対して性能が低い。一方で EMC は高い T を持つ分布を利用することで、高い T の分布は分布の山が平坦になるため MCMC での遷移が容易となることから、他の低い T の分布を精度良く近似できるという特徴を持つ。

EMC について少し定式化を説明する (詳しくは [1] の節 3 を参照されよ.)。EMC では、SA の温度計画の代わりに温度の列 $(T_m; m \in M)$ を用意する。これらに対して、 T のみが異なる式 (2) と同様の分布 $p(\mathbf{x}_m; T_m)$ に対して MCMC 法で標本抽出を繰り返す。これら分布を複製 (Replica) と呼ぶ。得られた標本を、任意の間隔で、2 つの複製間で交換し MCMC を継続する。この交換は MCMC と同様の基準で確率的に行われ、常に発生するとは限らない。この基準による確率的交換により、それぞれの $p(\mathbf{x}_m)$ の分布に悪影響を与えること無く、その標本の精度を向上させることができる。

2.3 インタラクティブ観光経路推薦

インタラクティブな観光経路推薦手法の提案が行われている [1-3]。ここでは、確率分布から標本を抽出することによりインタラクティブ観光経路推薦問題を定式化する [1] に着目する。着目する理由は節 1 で述べたとおり、[1] は機械学習分野や統計物理学の手法を適用可能な程度に一般性が高く発展させる価値があるからである。[1] の定式化を Probabilistic Route Generative Model (PRGM) と本稿では呼ぶ。

PRGM の定式化を説明する。PRGM では目的関数 $\phi : N^N \rightarrow \mathbb{R}$ を以下の通り定義する。この関数の値が小さいほど良い経路であるとする。

$$\phi(x) = F(\alpha(x) - C) - \beta(x), \quad (3)$$

$$\alpha(x) = \sum_{i=2}^{L_x} w(x_{i-1}, x_i), \beta(x) = \sum_{i=2}^{L_x} b(x_{i-1}, x_i)$$

ここで、 $F : N^N \rightarrow \mathbb{R}$ は制約関数であり STSP の制約を表現する。実際に $F(x) = \lim_{a \rightarrow \infty} \exp(ax)$ とすれば、この目的関数を最小化する問題には STSP の制約が含まれる。その他の制約については、式 (1) の $P_1(x)$ を満たすものとする、つまり、同じ節点を複数回訪れる経路は生成されない。

$w : N^2 \rightarrow \mathbb{R}_+, b : N^2 \rightarrow \mathbb{R}$ はそれぞれ辺の負荷と価値である。これは完全グラフを前提とした定式化であるが、PRGM では完全グラフでない一般のグラフに対応可能とするために、仮想辺と呼ばれる辺が導入される。仮想辺は、MCMC の状態変化において経由されることで、非完全グラフの E_0 に対する局所変化を完全グラフに対する方法と同様に適用可能とするものである。元のグラフを N, E_0 として、 $e \in E_0$ を実辺、 $e \notin E_0$ を仮想辺と呼ぶ。このとき、 $e \in N^2$ に対し、次のとおり w, b を定義する。

$$\begin{aligned} e \in E &\Rightarrow [w(e) = w^0(e), b(e) = b^0(e)], \\ e \notin E &\Rightarrow [w(e) = s(e), b(e) = -Bs(e)], \end{aligned}$$

ここで、 w^0 は実辺の負荷であり、 $b^0(e)$ は実辺の価値である*3。 s は仮想辺の負荷であり、 $e = (n, n')$ としたとき以下の通り定義される。

$$\begin{aligned} s(n, n') &= \min_{x' \in N^N} \sum_{i=1}^{L_{x'}} w^0(x'_i, x'_{i+1}), x'_1 = n, \\ x_{L_{x'}} &= n', \forall i \in [L_{x'} - 1] (x_i, x_{i+1}) \in E_0. \end{aligned} \quad (4)$$

$B \in \mathbb{R}_+$ は罰則係数であり、ハイパーパラメータとなる。 $e \notin E_0$ の場合、 e は実際の道に対応しない辺であり、最終的に生成される経路に含まれてはならない。 $Bs(e)$ の値を大きくすることで、この辺を持つ経路 x の $\phi(x)$ は比較的高い値を持つため、生成されにくくなる。よって、 $Bs(e)$ は大きな値となるように $B, s(e)$ を定めるべきであるが、MCMC の効率を低下させることになるため際限なく大きな値とすることはできない。PRGM ではこれに対し式 (4) のように $e \notin E_0$ に対しての E_0 上の辺で構成される最短経路の負荷で $s(e)$ を定義する。これにより $\forall e \in E_0 b^0(e) = 0$ のグラフに限るが、遷移が効率的に行われ、貪欲法であっても最終的に経路から仮想辺が消滅することが示されている。

実際の経路生成では、目的関数 ϕ を指数部に持つ式 (2) により確率分布を定義し、EMC により標本抽出を行う。標本平均により描かれた経路の確率分布をユーザに提示する。ユーザが確率分布の値の高さをその道の推薦度とみなし、経路を自ら描くという用途を期待する。単一の経路を一つ提示する従来の最適化に基づく推薦に比べ、ユーザの意志を不必要に制限する必要がなくなり、また、EMC によりユーザが選択した以外の経路を、ユーザの選択を制約として、持続的に再計算が可能であ

るため、インタラクティブ性に優れることが主張されている。

制約関数 F について STSP に対するものの他には、 $F(x) = \text{ReLU}(x)$ などがある。PRMG では ReLU と同等関数により急激な目的関数の変化を防ぎ、最適化を容易にしているとある。しかし、その効果について実証はされていない。次節以降 F について議論する。

3 提案

本稿は PRGM [1] の定式化のうち式 (1) の P_1 の制約、つまり経路長さの制限をなくす一般化を行う。PRGM の定式化では、来た道に戻ることができず、その状況が起こった場合に別途処理が必要であるという問題があった。実際にそういう場合は、実時間でインタラクティブな操作を想定したときユーザの行動が予想できないため十分に考えられる。よって、一般化を行うが、このとき確率分布が規格化されることが自明でなくなる。式 (2) の分母 Z の規格化定数は、分子の x の状態空間 $\mathbf{x}(\Omega)$ についての総和であり、この状態空間の大きさが無限となるとき、一般に総和が有限の値とはならないからである。

3.1 規格化条件の導出

経路が定義されるグラフとして完全グラフを仮定する。この仮定は議論の一般性を失わない。また頂点の数は有限で M とする。 $M < \infty$ であるが、このグラフ上で生成される経路長は同じ節点を通過することが際限なく可能であるため ∞ となりうる。重みは、場合の数が最も大きくなり、最も厳しい場合の議論ができるようにすべて 1 であると仮定する。式 (3) における価値は 0 とする。

経路 \mathbf{x} の長さ (重みの合計) を $\alpha(\mathbf{x})$ と表す。 $\alpha(\mathbf{x}) = n$ である場合の数は、ほぼ M^{n-1} である (始点と終点固定される分の自由度が減るため M^n ではない)。今、目的関数は (3) の定義から経路の長さ n のみに依存するため、これを ϕ_n で表す。このとき、

$$\begin{aligned} p(\alpha(\mathbf{x}) > k) &\sim \sum_{n=k+1}^{\infty} M^{n-1} \frac{1}{Z} \exp\left(-\frac{1}{T} \phi_n\right) \\ &\leq \sum_{n=k}^{\infty} \exp\left(n \log M - \frac{1}{T} \phi_n\right) \end{aligned}$$

であるが、 p は確率分布であるから任意の k について

$$p(\alpha(\mathbf{x}) > k) \leq 1 \quad (5)$$

*3 辺に価値が割り当てられておりこれは STSP の定式化である節点に価値を割り当てる定義と異なるが、ここでは簡素化のため、また PRGM と同様の定義とするためにこの定義を用いる。

でなければならない。このための必要十分条件は、

$$\exists C \in \mathbb{R}, \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(n \log M - \frac{1}{T} \phi_n\right) < C \quad (6)$$

である。また式 (6) の必要条件は、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \exp\left(n \log M - \frac{1}{T} \phi_n\right) = 0 \quad (7)$$

である。よって、任意の $M, T (\in \mathbb{R}_+)$ について成立させるためには、

$$O(n) \subset O(\phi_n) \wedge O(n) \neq O(\phi_n) \quad (8)$$

となることが式 (5) の必要条件である。例えば、 $\phi_n = n^2$ などは式 (8) を満たす。またこれは、式 (6) も成立させるため、 $\phi_n = n^2$ は式 (5) の十分条件となる。

3.2 目的関数の提案

式 (8) を満たすものとして、前節最後の n^2 の他には、ある $a > 0$ に対する式 (9) や式 (10) がある。

$$F(x) = x^{1+a} \quad (9)$$

$$F(x) = x \log(x+1) \quad (10)$$

上記はさらに、式 (6) も満たすため、確率分布が規格化されるための十分条件式 (5) を満たす。

ここで、式 (7) には温度 T があるため、これに依存して 0 への収束速度が決まると考えられる。収束速度が小さい場合、より長い経路が生成されやすくなるが、長い経路は計算負荷が高いため問題となる。これについて検証する。 $\phi_x = F(x)$ を代入して、指数部が負となる場所を考える。式 (9) の場合、指数部は、

$$x \log M - \frac{1}{T} x^{1+a}$$

となるが、これが極大値を取る $x = x_*$ は、

$$x_* = \left(\frac{T \log M}{1+a}\right)^{\frac{1}{a}} \quad (11)$$

である。この値より $x > x_*$ の領域で確率の値は x の増加に伴い減少を始めるため、経路長さの期待値は x_* 付近になると考えられる。実問題において M には実効的に $O(1)$ 程度になると考える。

4 評価実験

式 (9) と式 (10) を用いた場合に確率分布が規格化されている、つまり経路長さの期待値が収束するかどう

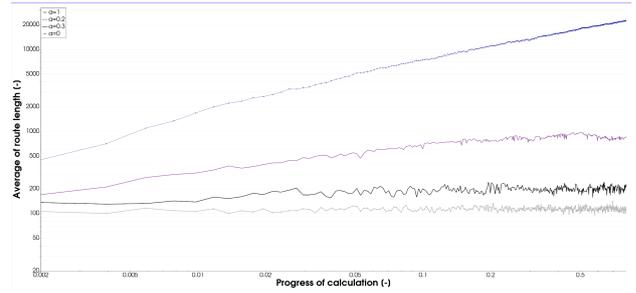


図1 Comparison of convergence of route length on maximum temperature $T = 4$ for each, x^{1+a} , $a = 0.0, 0.2, 0.3, 1.0$.

か検証する。またその期待値が (11) で予測されるとおりとなるか調べる。数値実験では [1] と同様の 24×24 の格子状グラフを用い、 $e \in E_0$ について $w^0(e) = 1$ とし $b^0(e)$ は $0, 0.25, 0.5$ の中から無作為に設定した。 $\#N = 576, \#E_0 = 1104, C = 96, B = 1$ である。EMC を用いて標本抽出を行い、 $T_m = 0.1d \exp(m/(M-1)0.9d)$, $m \in [128]$ の温度を持つ複製を用いた。 $d = 3, 4$ を図 1, 図 2 の実験にそれぞれ用いた。MCMC を 2^{10} 回行うごとに EMC の状態交換を行った。これを 2^{10} 回行い、2 回ごとに統計量の計算に用いる標本を記録した。乱数生成に Mersenne Twister [12], 実数の近似に 64 bit 浮動小数点数を用いた。

図 1 に経路長さとの計算の進捗の関係を示す $F(x) = x^{1+a}$, $a = 0.0, 0.2, 0.3, 1.0$ について両対数軸により示す。縦軸は $T = 4$ の状態の経路長さである。 $a = 0$ の場合を除いて収束している。これにより、式 (6) が十分条件として妥当であるとわかる。 $a = 0$ の結果について、これは典型的な Random walk の状態であるため、取りうる状態に制限が与えられていないと推測できる。すなわち、確率が規格化されておらず、(8) が必要条件として妥当であるとわかる。

図 2 に目的関数の違いによる平均経路長さとの温度の関係を、 $F(x) = x^{1+a}$, $a = 0.08, 0.1, 0.12, 0.14, 0.2, 0.3, 0.5, 1$ および $F(x) = x \log(x+1)$ の場合について両対数軸により示す。図 2 から、高い T で経路が長くなる傾向はどの場合も認められ、 a の値が小さいほど、大きいとわかる。 $T = 1$ を堺にして増加が始まり、 a に依存せずすべて同程度の増加速度となっている。式 (11) では、 a の値により増加率が変わるため、この結果は式 (11) の予想に反する。 $T = 1$ を堺に増加が始まっていることについて、実験で用いたグラフの値 ≈ 0.5 が影響していると考えられる。 T が値を超えたときに状態が仮想辺を通過することが可能となり始めるため、このような遷移が現れていると考え

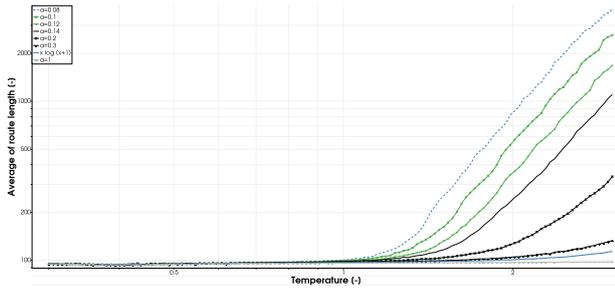


図2 Comparison on various constraint function, x^{1+a} , $a = 0.08, 0.1, 0.12, 0.14, 0.2, 0.3, 0.5, 1$ and $x \log(x + 1)$.

られる。 a による増加率が予想に反することについて、これも価値が影響を及ぼしていると考えられる。今回一般的な条件とするために価値を与えたグラフを実験で用いたが、価値を与えないグラフを用いた実験を行った場合に違った傾向が観測されると考える。

5 おわりに

本稿では、確率的経路生成モデルの確率分布が規格化されるための目的関数が持つべき条件の導出を行い、また評価実験によりその妥当性を検証した。数値実験より、導出した条件の妥当性を示した。一方で、予測される確率分布の裾の広がり、実験で示される裾の広がり一致しなかった。この点についてさらなる調査が望まれる。

インタラクティブな推薦手法をモデルの性質から考慮し、また、確率的経路生成モデルの定式化を行う研究は、著者の知る限り存在しないため、本研究の創造性は高いと考える。

謝辞

本研究の一部は JSPS 科研費 JP22H03698 の助成を受けたものである。

参考文献

[1] 柴田祐樹, 高間康史: インタラクティブ観光経路推薦手法の構築に対する検討, 第 27 回 SIGA, pp. 19–24 (2021).
 [2] Hasuike, T., Katagiri, H., Tsubaki, H., Tsuda, H.: Interactive multi-objective route planning for sightseeing on Time-Expanded Networks under various conditions, *Procedia Computer Science*,

Vol. 22, pp. 221–230 (2013)

- [3] Fu, C., Hu, M., Lai, J., Wang, H., Wu, J.: TravelBuddy: Interactive Travel Route Recommendation with a Visual Scene Interface, *MultiMedia Modeling*, pp. 219–230 (2014)
 [4] Hang, L., Kang, S., Jin, W., Kim, D.: Design and Implementation of an Optimal Travel Route Recommender System on Big Data for Tourists in Jeju, *Processes*, Vol. 6, No. 8 (2018)
 [5] 倉田 陽平: CT-Planer 3: Web 上での対話的な旅行プラン作成支援, 観光科学研究, No. 5, pp. 159–165 (2012)
 [6] Wang, C., Hyman, J., Percus, A., Cafisch, R.: Parallel Tempering For The Traveling Salesman Problem, *International Journal of Modern Physics C*, Vol. 20, No. 4, pp. 539–556 (2009)
 [7] Metropolis, N., Rosenbluth, A., Rosenbluth, M., Teller, A.: Equation of State Calculations by Fast Computing Machines, *The Journal of Chemical Physics*, Vol. 21, No. 6, pp. 1087–1092 (1953)
 [8] Kirkpatrick, S., Gelatt, C., Vecchi, M.: Optimization by Simulated Annealing, *Science*, Vol. 220, No. 4598, pp. 671–68 (1983)
 [9] Feillet, D., Dejax, P., Gendreau, M.: Traveling Salesman Problem with Profits: An Overview, *Transportation Science*, Vol. 39, No. 2, pp. 188–205 (2005)
 [10] Hukushima, K., Nemoto, K.: Exchange Monte Carlo Method and Application to Spin Glass Simulations, *Journal of the Physical Society of Japan*, Vol. 65, No. 6, pp. 1604–1608 (1995)
 [11] Sohl-Dickstein, J., Mudigonda, M., DeWeese, M.: General k-Opt Submoves for the Lin-Kernighan TSP Heuristic, *Mathematical Programming Computation*, Vol. 1, No. 2–3, pp. 119–163 (2009)
 [12] Matsumoto, M., Nishimura, T.: Mersenne Twister: A 623-Dimensionally Equidistributed Uniform Pseudorandom Number Generator, *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation*, Vol. 8, No. 1, pp. 3–31 (1998)
 [13] 松坂和夫: 集合・位相入門, 岩波書店, 第 59 版 (1968)