人工知能学会 インタラクティブ
情報アクセスと可視化マイニング研究会(第15回)
SIG-AM-15-02

議論フレームワークにおいて受け入れる主張の決定方法とそれらの方法の間の関係について

Comparative Study of Methods to Determine Arguments Acceptance in Argumentation Framework

豊東 柊哉 [1*]　山口 和紀 [1]
Shuya BUNDO[1]　Kazunori YAMAGUCHI[1]

[1] 東京大学
[1] The University of Tokyo

Abstract: 議論における主張間の関係を表す議論フレームワーク (AF) において, 受け入れる主張を決定する方法として, Dung の意味論に基づく方法, 主張ごとに定めたコストに基づく方法, 主張間ごとに定めた優先度に基づく方法などが提案されている．本研究では, それらの方法の間の関係を検討し, お互いに矛盾するものだけでなく, 両立するものがあることを示す.

1 序論

議論フレームワークは, 議論を表現するためのフレームワークであり, とくに主張の説得力を評価する目的で用いられている．このために用いられる semantics (意味論) として, “説得力のある主張の集合” を定義するものである Dung の semantics があるが, この semantics では主張の受け入れやすさを評価する基準が「受け入れられる」「受け入れられない」の二値しかないため, 巨大な議論を扱う場合などには実用的でないとされている．この問題を解決するために, 多数のレベルの受け入れやすさを考えることができる semantics として, ranking semantics と呼ばれるものがいくつか提案されている．しかしながら, Dung の semantics と ranking semantics との関係についてはこれまで十分に研究されていなかった． 本論文では, Dung の semantics と ranking semantics との関係について調べ, それらが矛盾する場合だけではなく, 両立する場合もあることを示す.

2 Dung の semantics

本節では Dung の semantics を説明する.

定義 2.1 (議論フレームワーク [2])**.** 有限集合 A および A 上の二項関係 $\rightarrow \subseteq A \times A$ の組 $F = \langle A, \rightarrow \rangle$ を議論フレームワーク (Argumentation Framework, AF) という．$S, T \subseteq A$ に対して, ある $s \in S$, $t \in T$ があって $s \rightarrow t$ であることを $S \rightarrow T$ で表す．$S = \{s\}$ のときは $s \rightarrow T$, $T = \{t\}$ のときは $S \rightarrow t$ のようにも書く.

定義 2.2. $F = \langle A, \rightarrow \rangle$ を AF, $S \subseteq A$ とする．$a \rightarrow b$ なる $a, b \in S$ が存在しないとき S は *conflict-free* であるという． $\mathrm{Def}(S) = \{a \in A \mid (\forall b \rightarrow a, \exists c \in S, c \rightarrow b)\}$ と定める． S が conflict-free かつ $S \subseteq \mathrm{Def}(S)$ のとき S は *admissible extension* であるという． S が admissible extension かつ $S = \mathrm{Def}(S)$ であるとき S は *complete extension* であるという．F の admissible extension 全体, complete extension 全体をそれぞれ $adm(F)$, $comp(F)$ で表す．列 $\emptyset, \mathrm{Def}(\emptyset), \mathrm{Def}^2(\emptyset), \ldots, \mathrm{Def}^n(\emptyset), \ldots$ は増大列であって, 十分大きな N に対し $\mathrm{Def}^N(\emptyset) = \mathrm{Def}^{N+1}(\emptyset)$ を満たす．この $\mathrm{Def}^N(\emptyset)$ を *grounded extension* という．$\mathrm{Atk}(S) = \{b \mid S \rightarrow b\}$ と定める.

3 ranking semantics の定義

本節では ranking semantics を説明する.

定義 3.1. 反射的・推移的二項関係を preorder という．$\succsim$ を A 上の preorder とし, 次のように定める:

- $a \simeq b \Leftrightarrow a \succsim b$ かつ $b \succsim a$
- $a \succ b \Leftrightarrow a \succsim b$ だが $b \succsim a$ ではない

定義 3.2 (ranking semantics[3])**.** AF F が与えられたとき $A(F)$ 上の preorder (反射的・推移的二項関係，擬順序) $a \succsim_F b$ を返すものを *ranking semantics* という.

*連絡先：東京大学総合文化研究科広域科学専攻
E-mail: bundo@graco.c.u-tokyo.ac.jp

4 ranking semanticsの公理

ranking semantics の性質をみるために公理[1]がいくつか提案されている．ここではそれらの公理を紹介するために, まずいくつか定義を導入する．実例は後半で示す．

定義 4.1. F, G: AF に対し $F \cup G := \langle A(F) \cup A(G), \to_F \cup \to_G \rangle$ と定める． $a, b \in A(F)$ に対し, $P_{ab} = \{b = a_0 \to a_1 \to \cdots \to a_n = a \mid a_i \in A\}$ と定める．$l = a_0 \to \cdots \to a_n$ に対し $|l| = n$ と定める．$R_n(a) = \{b \mid \exists l \in P_{ab}, |l| = n\}$ (多重集合) と定め, $R^+(a) = \cup_{n \in \mathbb{Z}^+} R_{2n}(a)$, $R^-(a) = \cup_{n \in \mathbb{Z}^+} R_{2n-1}(a)$ と定め, 前者の元を a の *defender*, 後者の元を a の *attacker* とよぶ．$R_1(a)$ の元を a の *direct attacker* とよび, $R_2(a) \neq \emptyset$ のときa は defend されているという．

定義 4.2. *defense root* (resp. *attack root*) とは non-attacked defender (resp. attacker) のことをいう．$BR_n(a) = \{b \in R_n(a) \mid R_1(b) = \emptyset\}$ と定めたとき $BR^+(a) = \cup_{n \in \mathbb{Z}^+} BR_{2n}(a)$ の元を *defense branch*, $BR^-(a) = \cup_{n \in \mathbb{Z}^+} BR_{2n-1}(a)$ の元を *attack branch* という．

定義 4.3. $F = \langle A, \to \rangle$ に対し次のような AF を考える: $P_n(a) = \langle \{x_0 = a, x_1, \dots, x_n\}, \{x_n \to x_{n-1}, x_{n-1} \to x_{n-2}, \dots, x_1, x_1 \to x_0\} \rangle$．ここで $i \neq 0$ に対し $x_i \notin A$.

定義 4.4. $a \in A(F)$ の defense が *simple* であるとは, 任意の a の defender は, a の 1 つの attacker を攻撃していることをいう．また, a の defense が *distributed* であるとは, 任意の a の direct attacker b に対し, b を攻撃しているような元は高々1 つであることをいう．

定義 4.5. $F = \langle A, \to \rangle$ に対し F と同型な F のコピー $F' = \langle A', F' \rangle$ と同型対応を与える写像 γ: $A \to A'$ を考える ($A \cap A' = \emptyset$)．このとき $F' = F^\gamma$ と書く．

ranking semantics の妥当性について判断するための公理がいくつかある．本節ではそのような公理のうち, それ自体もまた ranking semantics と見なせる (具体的な方法は定義 5.1 の次の説明を参照されたい) ようなものについて見ていく．

VP $R_1(a) = \emptyset$, $R_1(b) \neq \emptyset$ ならば $a \succ b$

SC $a \not\to a$, $b \to b$ ならば $a \succ b$

CP $|R_1(a)| < |R_1(b)|$ ならば $a \succ b$

DP $|R_1(a)| = |R_1(b)|$, $R_2(a) \neq \emptyset$, $R_2(b) = \emptyset$ ならば $a \succ b$

DDP $|R_1(a)| = |R_1(b)|$, $|R_2(a)| = |R_2(b)|$, a の defense は simple で distributed, b の defense は simple だが distributed でないならば $a \succ b$

⊕DB $a \in A(F)$ とする．$F \cup F^\gamma \cup P_{2n}(\gamma(a))$ において $\gamma(a) \succ a$

+DB $a \in A(F)$ とする．$R_1(a) \neq \emptyset$ ならば $F \cup F^\gamma \cup P_{2n}(\gamma(a))$ において $\gamma(a) \succ a$

↑DB $a, b \in A(F)$ とする．$b \in BR^+(a)$, $b \notin BR^-(a)$ ならば $F \cup F^\gamma \cup P_{2n}(\gamma(b))$ において $a \succ \gamma(a)$

↑AB $a, b \in A(F)$ とする．$b \in BR^-(a)$, $b \notin BR^+(a)$ ならば $F \cup F^\gamma \cup P_{2n}(\gamma(b))$ において $\gamma(a) \succ a$

+AB $a \in A(F)$ とする．$F \cup F^\gamma \cup P_{2n-1}(\gamma(a))$ において $a \succ \gamma(a)$

AvsFD AF が acyclic で $BR^-(a) = \emptyset$, $|R_1(b)| = 1$, $R_2(b) = \emptyset$ ならば $a \succ b$

[1]与えられた ranking semantics がどの公理を満たすか調べるような使い方をするので，公理というよりも性質という方が適切であるが，先行研究では axiom と呼ばれているので本論文では公理と呼んでおく．

5 Dungのsemanticsから誘導されるranking semantics

本節では Dung の semantics から誘導される ranking semantics である Dung ranking を新たに提案する．そのためにまず ranking semantics 間の関係を定義しておく．

定義 5.1.
1. ranking semantics $\succsim$ が $\succsim'$ より強力であるとは, $\succsim \ \supseteq \ \succsim'$ かつ $\succ \ \supseteq \ \succ'$ であることをいう．ここで, 包含関係は二項関係を集合としてみたときのものである．
2. 2 つの ranking semantics $\succsim'$, $\succsim''$ に対し, $\succsim'$ と $\succsim'$ のいずれよりも強力な ranking semantics $\succsim$ があるとき, $\succsim'$ と $\succsim''$ は両立するという． 同様に, $\lambda \in \Lambda$ で添字づけられた ranking semantics の集合 $\{\succsim_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ が与えられたとき, 各 $\succsim_\lambda$ いずれよりも強力な ranking semantics があるなら, $\{\succsim_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ は両立するという．

一方が他方より強力である場合は, 当然両立するので, 2 つの ranking semantics の間の関係は,

1. 一方が他方より強力である

2. 1 ではないが, 両立する

3. 両立しない

の 3 つに分類される.

VP などの公理と他の ranking semantics は, そのままでは上記の包含関係や両立の関係を考えることができないが, VP などの公理は「〇〇ならば $a \succ b$」という形で記述されているので, $a \succsim b \Leftrightarrow$ 〇〇または $a = b$ と定義することで, 公理を満たす最も弱い ranking semantics そのものと見ることもできる. 以下では, 公理をそのような ranking semantics と同一視し, 公理と他の ranking semantics の比較を行っていく.

各 $\succsim_\lambda$ を含むような最小の preorder は $\cup_{\lambda\in\Lambda}\{\succsim_\lambda\}$ の推移閉包である. ここで, $\succsim \supseteq \succsim'$ に対し, $\succsim$ が $\succsim'$ より強力であることは, 各 $a \succ' b$ に対し $b \succsim a$ でないことを意味することに注意すれば, 次の命題がいえる.

命題 5.2. $\{\succsim_\lambda\}_{\lambda\in\Lambda}$ が両立するならば, $\cup_{\lambda\in\Lambda}\{\succsim_\lambda\}$ の推移閉包は各 $\succsim_\lambda$ より強力である.

2 つの ranking semantics の両立について考えるときには, 特に次が成り立つ.

命題 5.3. $\succsim'$ と $\succsim''$ が両立する $\Leftrightarrow$ 任意の $n \geq 0$ と, 主張の列 $a_0 \succsim' b_0 \succsim'' a_1 \succsim' b_1 \succsim'' a_2 \succsim' b_2 \succsim'' \cdots \succsim' b_{n-1} \succsim'' a_n \succsim' b_n \succsim'' a_0$ に対し, $b_n \simeq'' a_0 \simeq' b_0$ である.

証明. $\Rightarrow$ $\succsim'$ と $\succsim''$ よりも強力な preorder $\succsim$ をとる. $a_0 \succsim b_0 \succsim a_1 \succsim b_1 \succsim \cdots \succsim a_n \succsim b_n \succsim a_0$ より, $a_0 \simeq b_0$ であるから, 両立の定義から $a_0 \succ' b_0$ は成立しない. したがって $a_0 \succsim' b_0$ である. 同様に $b_0 \succsim'' a_0$ も示される.

$\Leftarrow$ 対偶を示す. $\succsim'$ と $\succsim''$ が両立しなかったとする. このとき, $\succsim'$ と $\succsim''$ の和集合の推移閉包を $\succsim$ とおくと, $\succ' \not\subseteq \succ$ または $\succ'' \not\subseteq \succ$ である. どちらも同様であるから $\succ' \not\subseteq \succ$ の場合のみ示そう. このとき $a \succ' b$ かつ $a \succ b$ でないような a, b がとれる. $a \succ' b$ より $a \succsim b$ であるから, $a \simeq b$ である. このとき, 推移閉包の構成から, 列 $a = a_0 \succ' b = b_0 \succsim'' a_1 \succsim' b_1 \succsim'' \cdots \succsim'' a_n \succsim' b_n \succsim'' a_0$ がとれる. □

系 5.4. $\succsim'$ が半順序であるとき, $\succsim'$ と $\succsim''$ が両立する $\Leftrightarrow$ 任意の $n \geq 0$ に対し, 列 $a_0 \succ' b_0 \succsim'' a_1 \succ' b_1 \succsim'' a_2 \succ' b_2 \succsim'' \cdots \succ' b_{n-1} \succsim'' a_n \succ' b_n \succsim'' a_0$ は存在しない.

証明. $\Rightarrow$ 命題 5.3 より明らか.

$\Leftarrow$ 命題 5.3 において, $\succsim'$ が半順序であれば $a \succsim' b \Leftrightarrow a \succ' b$ or $a = b$ であることと, preorder の推移律を適用すればよい. □

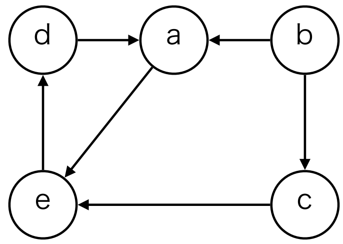

図 1: AF の例 F_1([2] の Figure 1)

以下では, admissible semantics や complete semantics から ranking semantics を定義するが, 特定の semantics でなくても成立することがあるので, これらの semantics を総称して semantics と呼ぶことにする. 形式的には, $\sigma\colon \mathcal{AF} \to 2^{2^{\mathcal{U}}}$ であって各 $F = \langle A, \to \rangle \in \mathcal{AF}$ に対し $\sigma(F) \subseteq 2^A$ かつ $\sigma(F) \neq \emptyset$ なるものを *semantics* とよぶことになる.

σ を *adm* や *comp* などの Dung の semantics とする. 既存の $\sigma(F)$ を利用した semantics としては, 主張 $a \in A(F)$ を uni-accepted, exi-accepted, cleanly-accepted, not-accepted の 4 つに分類するもの [4] があるが, 以下では, これの分類よりも細いものを考える.

以下, 本章を通じて $\sigma(F) \subseteq adm(F)$ を仮定する. このとき $E \in \sigma(F)$ に対し $\{E, \mathrm{Atk}(E), \mathrm{Undec}(E)\}$ は $A(F)$ の分割となる.

定義 5.5. $E \subseteq A(F)$ とする. $a, b \in E$ に対し次のような preorder を考える.

1. $a \gtrsim_F^{E,3} b$ iff $[a] \geq [b]$ ただし $[a]$ は $A(F)$ の分割 $\{E, \mathrm{Atk}(E), \mathrm{Undec}(E)\}$ に付随する同値関係による同値類であり, $\geq$ は, $E > \mathrm{Undec}(E) > \mathrm{Atk}(E)$ と定めた $>$ に等号を加えたものである.

2. $a \gtrsim_F^{E,2} b$ iff $[a] \geq [b]$ ただし $[a]$ は $A(F)$ の分割 $\{E, A(F) - E\}$ に付随する同値関係による同値類であって $E > A(F) - E$ とする.

$v = 2, 3$, $a, b \in A(F)$ に対し $a \succsim_F^{\sigma,v} b \Leftrightarrow \forall E \in \sigma(F), a \gtrsim_F^{E,v} b$ と定める. するとこれは preorder になる. この preorder を *Dung ranking* と呼ぶ.

例 5.6. F_1([2] の Figure 1, 図 1 参照) を AF の例とする. F_1 では, b が grounded のため, $E = \{b, e\}$ が唯一の complete extension となる. この E に対して, $\{E, \mathrm{Atk}(E), \mathrm{Undec}(E)\}$ は $\{\{b, e\}, \{a, c, d\}, \emptyset\}$, $\{E, E - \mathrm{Atk}(E)\}$ は $\{\{b, e\}, \{a, c, d\}\}$ となり, $b, e \succsim_F^{comp,v} a, c, d$ となる.

次に, $\succsim_F^{\sigma,v}$ と VP などの公理 (を ranking semantics) としてみたものの関係を調べる.

VP $\sigma = adm$ (admissible) のとき, $\langle\{a,b,c,d\},\{b \to c \to d\}\rangle$ なる AF において a と d が比較不能なので VP は必ずしもいえない. だが $\succsim^{adm,v}$ と $\succsim^{\mathrm{VP}}$ は両立する.

証明. 系 5.4 により, $a_0 \succ^{\mathrm{VP}} b_0 \succsim^{adm,v} a_1 \succ^{\mathrm{VP}} b_1 \succsim^{adm,v} \cdots \succ^{\mathrm{VP}} b_{n-1} \succsim^{adm,v} a_n \succ^{\mathrm{VP}} b_n \succsim^{adm,v} a_0$ として矛盾を導けばよい. このとき $R_1(a_1) = \emptyset$ であるから $E = \{a_1\}$ は admissible であり $b_0 \succsim^{adm,v} a_1$ より $b_0 \gtrsim^{E,v} a_1$ であるから $b_0 \in E$, すなわち $b_0 = a_1$ となる. このとき $R_1(b_0) = \emptyset$ だがこれは $a_0 \succ^{\mathrm{VP}} b_0$ に反する. □

$\sigma = comp$ などの場合は $a \to b \to c$ において $a \simeq c$ となってしまうため両立しない.

SC $\sigma(F) \subseteq adm(F)$ なる任意の σ と, $v = 2, 3$ について両立しない.

証明. $c \to a$, $b \to b$ を考えれば $adm(F) = \{\emptyset, \{c\}\}$ である. $a \not\to a$, $b \to b$, $b \succsim_F^{\sigma,v} a$ である. □

CP $\sigma(F) \subseteq adm(F)$ なる任意の σ と, $v = 2, 3$ について両立しない.

証明. $c_1 \to d_1$, $c_2 \to d_2$, $d_1 \to c_2$, $d_2 \to c_1$, $c_1 \to a$, $d_1 \to a$, $c_1 \to b$, $c_2 \to b$, $d_1 \to b$ とすると $adm(F) = \{\emptyset, \{c_1, c_2\}, \{d_1, d_2\}\}$ であり $|R_1(a)| = 2 < |R_1(b)| = 3$, $b \succsim_F^{\sigma,v} a$ である. □

DP $\succsim^{\sigma,v}$ が $v = 2$ または, $v = 3$ で $\sigma(F) \subseteq comp(F)$ のとき, 両立する. (なぜなら, $a \succ^{\mathrm{DP}} b$ であれば, b は $\succsim^{\sigma,v}$ に関する最小元となるため.)
$\succsim^{adm,3}$ についても $\succsim^{\mathrm{DP}}$ と両立する.

証明. 系 5.4 により, 列 $a_0 \succsim^{adm,3} b_0 \succ^{\mathrm{DP}} a_1 \succsim^{adm,3} b_1 \succ^{\mathrm{DP}} a_2 \succsim^{adm,3} b_2 \succ^{\mathrm{DP}} \cdots \succsim^{adm,3} a_n \succsim^{adm,3} b_n \succ^{\mathrm{DP}} a_{n+1} = a_0$ が存在したとして矛盾を導く. $x \in R_1(a_i)$ とする. $R_2(a_i) = \emptyset$ より, $E = \{x\}$ とおくと $E \in adm(F)$ である. このとき $a_i \in \mathrm{Atk}(E)$ であり, また $a_i \succsim^{adm,3} b_i$ より $a_i \gtrsim^{E,3} b_i$ であるから $b_i \in \mathrm{Atk}(E)$, すなわち $x \in R_1(b_i)$ となる. ゆえに $R_1(a_i) \subseteq R_1(b_i)$ となる. とくに $|R_1(a_i)| \le |R_1(b_i)|$ である. これと $|R_1(b_i)| = |R_1(a_{i+1})|$ より, $|R_1(a_0)| \le |R_1(b_0)| = |R_1(b_1)| \le |R_1(a_2)| = \cdots \le |R_1(b_n)| = |R_1(a_0)|$ となり, 結局 $|R_1(a_0)| = |R_1(b_0)|$ である. $R_1(a_0) \subseteq R_1(b_0)$ より $R_1(a_0) = R_1(b_0)$ といえる. しかしこれは $R_2(a_0) = \emptyset$, $R_2(b_0) \neq \emptyset$ であることに反する. □

DDP $\succsim^{\sigma,v}$ が $v = 2$ または, $v = 3$ で $\sigma(F) \subseteq comp(F)$ のとき, 両立する. (なぜなら, $a \succ^{\mathrm{DDP}} b$ であるとする. このとき $|R_1(a)| = |R_1(b)|$, $|R_2(a)| = |R_2(b)|$ である. a は distributed であるから, $|R_1(a)| \ge |R_2(a)|$ であり, したがって $|R_1(b)| \ge |R_2(b)|$ である. b の defense は simple かつ distributed でないから, ある $c \in R_1(b)$, $R_1(c) = \emptyset$ である. したがって, $v = 2$ または, $v = 3$ で $\sigma(F) \subseteq comp(F)$ のとき, $a \succ^{\mathrm{DDP}} b$ であれば, b は $\succsim^{\sigma,v}$ に関する最小元となる.)
$\succsim^{adm,3}$ についても $\succsim^{\mathrm{DP}}$ と両立する.

証明. 系 5.4 により, 列 $a_0 \succsim^{adm,3} b_0 \succ^{\mathrm{DDP}} a_1 \succsim^{adm,3} b_1 \succ^{\mathrm{DDP}} \cdots \succ^{\mathrm{DDP}} a_n \succsim^{adm,3} b_n \succ^{\mathrm{DDP}} a_{n+1} = a_0$ が存在したとして矛盾を導けばよい. $\varphi(a) = \{b \in R_1(a) \mid R_1(b) = \emptyset\}$ とおく. $b_i \succ^{\mathrm{DDP}} a_{i+1}$ ならば $|\varphi(b_i)| < |\varphi(a_{i+1})|$ である. そこで $a_i \succsim^{adm,3} b_i$ に対し $|\varphi(a_i)| \le |\varphi(b_i)|$ が示せれば矛盾が導けて証明が終わる. いま $b \in \varphi(a_i)$ に対し, $R_1(b) = \emptyset$ だから $E = \{b\}$ とおけば $E \in adm(F)$ である. $a_i \in \mathrm{Atk}(E)$, $a_i \succsim^{adm,3} b_i$ より $b_i \in \mathrm{Atk}(E)$ である. すなわち $b \in R_1(b_i)$ となる. したがって $\varphi(a_i) \subseteq \varphi(b_i)$ であるから $|\varphi(a_i)| \le |\varphi(b_i)|$ が成り立つ. □

⊕DB +DB が両立しないためこちらも両立しない.

+DB 任意の $\succsim^{\sigma,v}$ と両立しない. 実際, $a \to a, c \to b \to \gamma(a) \to \gamma(a)$ なる AF を考えると, $\gamma(a) \succ^{+\mathrm{DB}} a$ だが $adm(F) = \{\emptyset, \{c\}\}$ より $a \simeq^{\sigma,v} \gamma(a)$ である.

↑AB $\sigma(F) \subseteq comp(F)$ のとき, $v = 2, 3$ で両立しない. 実際, $b \to a$, $d \to c \to \gamma(b) \to \gamma(a)$ なる AF において $\gamma(a) \succ^{\uparrow\mathrm{AB}} a$ だが $comp(F) = \{\{b, d, \gamma(b)\}\}$ より $a \simeq^{\sigma,v} \gamma(a)$ である. また, $\sigma = adm$ のときも $v = 2$ なら同様の AF で $b \simeq^{adm,2} \gamma(b)$ となるので両立しない. $\succsim^{adm,3}$ で両立する.

証明. +AB と全く同様なので略.

+AB $\sigma(F) \subseteq comp(F)$ のとき, $v = 2, 3$ で両立しない. 実際, $b \to a$, $\gamma(b) \to \gamma(a)$, $c \to \gamma(a)$ なる AF において $a \succ^{+\mathrm{AB}} \gamma(a)$ だが $comp(F) = \{\{b, \gamma(b), c\}\}$ より $a \simeq^{\sigma,v} \gamma(a)$ である. また, $\sigma = adm$ のときも $v = 2$ なら同様の AF で $a \simeq^{adm,2} \gamma(a)$ となるので両立しない.
$\succsim^{adm,3}$ で両立する.

証明. 系 5.4 により, 列 $a_0 \succsim^{adm,3} b_0 \succ^{+\mathrm{AB}} a_1 \succsim^{adm,3} b_1 \succ^{+\mathrm{AB}} \cdots \succ^{+\mathrm{AB}} a_n \succsim^{adm,3} b_n \succ^{+\mathrm{AB}} a_{n+1} = a_0$ が存在したとして矛盾を導けばよい. $b_i \succ^{+\mathrm{AB}} a_{i+1}$ により, 各 a_i は少なくとも 1 つの attack branch をもつ. そのようなものを 1 つとって $x_0 \to x_1 \to \cdots \to x_{2k} \to a$ とおく. このとき $E = \{x_0, x_2, \ldots, x_{2(k-1)}, x_{2k}\}$ とすると, E は admissible で $a \in \mathrm{Atk}(E)$ であるから, $a_i \succsim^{adm,3} b_i$ により, $b_i \in \mathrm{Atk}(E)$ である. したがって, a_i と b_i は同じ弱連結成分に含まれる. そこで w_i を a_i および b_i を含むような弱連結成分の元の個数とする.

このとき, $b_i \succ^{+\mathrm{AB}} a_{i+1}$ より, $w_i < w_{i+1}$ であるが, ここから $w_0 < w_1 < \cdots < w_n < w_{n+1} = w_0$ となって矛盾である. □

↑DB 任意の $\succsim^{\sigma,v}$ と両立しない. 実際, $c \to b \to a \to a, e \to d \to \gamma(c) \to \gamma(b) \to \gamma(a) \to \gamma(a)$ なる AF を考えると, $a \succ^{\uparrow\mathrm{DB}} \gamma(a)$ だが $a \simeq^{\sigma,v} \gamma(a)$ である.

AvsFD $\sigma(F)$ が grounded extension を含むなら $v = 2, 3$ で成立.

証明. $E \in adm(F)$ に対し $a \notin \mathrm{Atk}(E)$, $b \notin E$ が容易にいえるので $a \succsim_F^{E,v} b$ であることはわかる. とくに ground extension は a を含み b を含まないので $a \succ_F^{\sigma,v} b$ となる. □

以上をまとめると表 1 となる.

	$\succsim^{adm,v}$	$\succsim^{comp,v}$
VP	×	−
SC	−	−
CP	−	−
DP	×	×
DDP	×	×
⊕DB	−	−
+DB	−	−
↑DB	−	−
↑AB	$\times(v=3), -(v=2)$	−
+AB	$\times(v=3), -(v=2)$	−
AvsFD	✓	✓

表 1: ✓ は一方が他方より強力, × は強力ではないが両立, − は両立しないことを意味している.

表 1 がほとんど “−” であることから, 5 節の Dung の ranking と 4 節の公理とはやはり相性が悪いことがわかる. 序論でも述べたように, Dung の semantics では, 基準が「受け入れられる」か「受け入れられない」の二値になっているため, 要素数などの制約とは合わないことが多い. 一方で, DP や DDP のように数の制約があっても, 両立するものがあるのも驚きである. また, ↑AB や +AB のように branch があるものでも $v = 3$ の場合は両立する. さらに, AvsFD のように, Dung ranking より強力なものもある.

6 ranking semantics の具体例

次に, 具体的な ranking semantics として, [2] に紹介されている ranking semantics Cat, Dbs, Bds, M&T, SAF (それぞれ $\succsim^{Cat}$ などのように表記することにする) と 5 節で定義した $\succsim_F^{\sigma,v}$ の関係を調べる. (これらの ranking semantics の具体的な定義については M&T と SAF のみ具体的に後述する.) 実のところ, $\succsim_F^{\sigma,v}$ ($\sigma = adm, comp, v = 2, 3$) は両立しない. 証明は省略するが, これらの ranking semantics では, 主張 a, b ($a \neq b$) に対し $a \succ b$ かつ $a \simeq^{adm,v} b$ や $a \sim^{comp,v} b$ となるような例が簡単に作れるためである. そこで代わりに, 次のような ranking semantics $\succeq^{\sigma,v}$ を考える.

定義 6.1. $a \succeq^{\sigma,v} b \Leftrightarrow a \succ^{\sigma,v} b$ または $a = b$.

この $\succeq^{\sigma,v}$ は半順序となる. この $\succeq^{\sigma,v}$ と ranking semantics との両立について見ていこう.

Cat, Dbs, Bds Cat, Dbs, Bds と $\succsim^{adm,v}$ と $\succsim^{comp,v}$ とは両立しない.

なぜならば, 図 1 の F_1 において, $d \succeq^{\delta} e$ ($\delta = Cat, Dbs, Bds$) が, $e \succ^{\sigma,v} d$ ($\sigma = adm, comp$) だからである.

M&T 次に M&T を説明する.

$F = \langle A, \to \rangle$ に対し, $X, Y \subseteq A$ として, $Y^{\leftarrow X}$ を $\{(x, y) \in X \times Y, x \to y\}$ と定め, また $f(n) = n/(n+1)$ とし, $P, O \subseteq A$ に対し $\phi(P, O) = 1/2 \cdot [1 + f(|O^{\leftarrow P}|) - f(|P^{\leftarrow O}|)]$ と定め, さらに

$$r(P, O) = \begin{cases} 0 & (P \text{ は conflict-free でない}) \\ 1 & (P \text{ は conflict-free かつ } P^{\leftarrow O} = \emptyset) \\ \phi(P, O) & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

とする. ここで, $a \in A$ を 1 つ固定し, 次のような 2 人ゼロ和ゲームを考える: 自分 (proponent) と敵 (opponent) はそれぞれ戦略として (相手の選ぶ戦略を知らずに) A の部分集合 $P \subseteq A$, $O \subseteq A$ を選ぶ. ただし, P は $a \in P$ となるように選ばれなければならない. ゲームの結果, 自分は敵から利得 $r(P, O)$ を得る. ここで, 互いに最適な混合戦略をとった場合に, 自分が得られる利得の期待値を $v(a)$ とする. $a \succsim^{M\&T} b \Leftrightarrow v(a) \geq v(b)$ と定める.

定理 6.2. M&T は $\succeq^{\sigma,v}$ ($\sigma \in \{adm, comp\}, v \in \{2, 3\}$) と両立しない.

証明. まず, $A = \{a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2, c\}$, $\to = \{a_0 \to a_1, a_1 \to a_2, a_2 \to a_0\} \cup \{a_i \to b_j \mid 0 \leq i, j \leq 2\} \cup \{b_j \to c \mid 0 \leq j \leq 2\}$ なる AF $F = \langle A, \to \rangle$(図 2) において, $v(c) \geq 1/2$ であることを示す.

自分は混合戦略として, 1/3 の確率で $\{c, a_0\}$, $\{c, a_1\}$, $\{c, a_2\}$ をそれぞれ選ぶとする. このとき, いかなる $O \subseteq A$ に対しても $1/3 \cdot [\sum_{0 \leq i \leq 2} r(\{c, a_i\}, O)] \geq 1/2$ であることを示せばよく, 各 i に対し $\{c, a_i\}$ は conflict-free であることと, P は conflict-free かつ $P^{\leftarrow O} = \emptyset$ のと

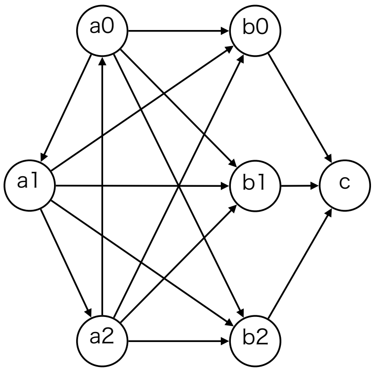

図 2: 定理 6.2 の反例の AF

きは $\phi(P,O) \le r(P,O) = 1$ であることに注意すれば, $1/3 \cdot [\sum_{0 \le i \le 2} \phi(\{c, a_i\}, O)] \ge 1/2$ であることを示せばよい.

$a_3 = a_0$ とおく. 任意の $O \subseteq A$ および $0 \le i \le 2$ に対し $|O^{\leftarrow \{c,a_i\}}| = |\{c, a_{i+1}\}^{\leftarrow O}|$ であることを示そう. $i = 0$ の場合で考える. $x \in A$ に対し, $x = a_0, a_2, c$ のとき $|\{x\}^{\leftarrow \{c,a_0\}}| = |\{c, a_1\}^{\leftarrow \{x\}}| = 0$, その他の場合, すなわち $x = a_1, b_0, b_1, b_2$ のとき $|\{x\}^{\leftarrow \{c,a_0\}}| = |\{c, a_1\}^{\leftarrow \{x\}}| = 1$ である. したがって, 任意の $x \in A$ に対し $|\{x\}^{\leftarrow \{c,a_0\}}| = |\{c, a_1\}^{\leftarrow \{x\}}|$ であるから, $|O^{\leftarrow \{c,a_0\}}| = \sum_{x \in O} |\{x\}^{\leftarrow \{c,a_0\}}| = \sum_{x \in O} |\{c, a_1\}^{\leftarrow \{x\}}| = |\{c, a_1\}^{\leftarrow O}|$ である. $i = 1, 2$ のときも対称性によって同様に $|O^{\leftarrow \{c,a_i\}}| = |\{c, a_{i+1}\}^{\leftarrow O}|$ が示される. 以上により,

$$\sum_{0 \le i \le 2} [f(|O^{\leftarrow \{c, a_{i+1}\}}|) - f(|\{c, a_i\}^{\leftarrow O}|)] = 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{0 \le i \le 2} f(|O^{\leftarrow \{c, a_i\}}|) = \sum_{0 \le i \le 2} f(|\{c, a_i\}^{\leftarrow O}|)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} \left[\sum_{0 \le i \le 2} \phi(\{c, a_i\}, O) \right] = 1/2$$

となる. よって $v(c) \ge 1/2$ である.

次に, $F' = \langle A', \to' \rangle$ を $A' = \{d, e, f\}$, $\to' = \{d \to e, e \to d, e \to e, e \to f\}$ と定める. このとき, f を含むような P のうち conflict-free なものは $\{f\}, \{d, f\}$ の 2 つのみであり, $r(\{f\}, \{e\}) = 1/2 \cdot [1 + 0 - 1/2] = 1/4$, $r(\{d, f\}, \{e\}) = 1/2 \cdot [1 + 1/2 - 2/3] = 5/12$ である. したがって $v(f) \le 5/12$ である.

さて, $F \cup F' = \langle A \cup A', \to \cup \to' \rangle$ を考えると, [5] により, この AF においても $v(c)$, $v(f)$ の値は元の AF におけるそれと変わらない. したがって $c \succ^{M\&T} f$ である. 一方で, $adm(F \cup F') = \{\emptyset, \{d\}, \{d, f\}\}$ より任意の $E \in adm(F \cup F')$ に対して $c \in \mathrm{Undec}(E)$, $f \notin \mathrm{Atk}(E)$ であり, $f \in \{d, f\}$ であるから, $v \in \{2, 3\}$ に対し $f \succ^{adm,v} c$ である. したがって $\succ^{adm,v}$ と $\succ^{M\&T}$ は両立しない. $comp(F \cup F') = \{\{d, f\}\}$ より, $\succeq^{comp,v}$ と $\succ^{M\&T}$ も両立しない. □

SAF 次に, SAF の説明をする. SAF とは, $F = \langle A, \to \rangle$ に対し, パラメータ $\epsilon > 0$ を 1 つ定め, $v \colon A \to [0, 1]$ を,

$$v(a) = \frac{1}{1 + \epsilon} \prod_{a_i \in R_1(a)} (1 - v(a_i))$$

を満たすように定め, $a \succsim^{SAF} b \Leftrightarrow v(a) \le v(b)$ としたもののことである. このような v は存在することは不動点定理によって示されている. v は一意に定まると予想されているが, 証明はされていない.

SAF に関しては一般的な結果は得られていないため, 部分的な結果のみ紹介する. ここでは, well-founded な AF (すなわち, グラフとして acyclic) について考える. このときは順番に計算していくことによって v は一意に定まるので, 次が成り立つ.

定理 6.3. $F = \langle A, \to \rangle$ を well-founded な AF (グラフとして acyclic) とする. このとき $\succsim^{\sigma,v}$ ($\sigma \in \{grounded, comp\}$, $v = 2, 3$) は同じであり, $\epsilon > 0$ を十分小さくとれば $\succ^{\sigma,v} \subseteq \succ^{SAF}$ である.

証明. [1] より, well-founded な F の grounded extension を G とすると, $A = G \cup \mathrm{Atk}(G)$ であるから, 前半はよい. F の他の主張から attack されていない主張全体を $G_0 = \mathrm{Def}(\emptyset)$ とし, F の grounded extension を G とすると, ある N があって $G = \mathrm{Def}^N(G_0)$ である. $M = \max_{a \in A} |R_1(a)|$ とする. $\epsilon > 0$ を $(M+1)^N \epsilon < 1/2$ となるように定める. $a \in \mathrm{Def}^n(G_0)$ に対し $v(a) \ge 1 - (M+1)^n \epsilon$ であることを帰納法で示す. $n = 0$ のときは $1 - \epsilon < 1/(1 + \epsilon)$ より明らか. $n \ge 1$ に対し, $a \in \mathrm{Def}^n(G_0)$ とすれば, $v(a) = 1/(1+\epsilon) \cdot \prod_{a_i \in R_1(a)} (1 - v(a_i))$ である. 各 $a_i \in R_1(a)$ に対し, ある $b \in \mathrm{Def}^{n-1}(G_0)$ があって $b \in R_1(a_i)$ である. 帰納法の仮定により $v(b) \ge 1 - (M+1)^{n-1}\epsilon$ であるから, $v(a_i) = 1/(1 + \epsilon) \cdot \prod_{b_j \in R_1(a_i)} (1 - v(b_j)) \le 1 - v(b) \le (M+1)^{n-1}\epsilon$ である. したがって, $|R_1(a)| \le M$ に注意すれば

$$\begin{aligned} v(a) &= \frac{1}{1 + \epsilon} \cdot \prod_{a_i \in R_1(a)} (1 - v(a_i)) \\ &\ge (1 - \epsilon)(1 - (M+1)^{n-1}\epsilon)^M \\ &\ge (1 - (M+1)^{n-1}\epsilon)^{M+1} \\ &\ge 1 - (M+1)^n \epsilon \end{aligned}$$

となる. ここで, 最後の変形において不等式 $(1 - x)^n \ge 1 - nx$ を使った.

したがって, 各 $a \in G = \mathrm{Def}^N(G_0)$ に対し, $v(a) \ge 1 - (M+1)^N \epsilon > 1/2$ である. 一方, 各 $b \in \mathrm{Atk}(G)$ に対

し, ある $a \in G$ があって $a \in R_1(b)$ であるから, $v(b) = 1/(1+\epsilon) \cdot \prod_{a_i \in R_1(b)}(1 - v(a_i)) \leq 1 - v(a) < 1/2$ である．よって $a \succ^{\sigma,v} b$ ($\sigma \in \{grounded, comp\}$, $v = 2, 3$) ならば $v(a) > v(b)$ であり, $a \succ^{SAF} b$ である． □

以上をまとめると表 2 となる．

	$\succsim^{adm,v}$	$\succsim^{comp,v}$
Cat	–	–
Dbs	–	–
Bds	–	–
M&T	–	–
SAF	未解決 (✓(grounded で well-founded な場合))	✓(well-founded な場合), 未解決 (その他の場合)

表 2: ranking semantics の具体例と Dung ranking の関係 (✓ は一方が他方より強力, × は強力ではないが両立, – は両立しないことを意味している.)

表 2 は SAF 以外は “–” であるが, SAF に関しては, SAF の方が Dung ranking より強力である場合があるのが興味深い．

SAF は ϵ の値によって結果が異なるが, Dung ranking との関係でいえば, できるだけ小さい方が相性が良い．なお, $\epsilon = 0$ の場合は, complete extension の要素の v の値を 1, それ外の要素の v の値を 0 とすると, v は不動点となる．

7 結論

本論文では Dung の semantics から自然に導かれる ranking として Dung ranking を提案した．Dung ranking はほとんど比較不能となる場合もあるが, 比較できる場合はそれと齟齬がない ranking semantics を使うことが望まれる．そこで, 齟齬がないことを「両立」として定式化し, Dung ranking と ranking semantics で一般的な公理や ranking semantics の具体例との比較を行った．その結果, 両立もしないものが多い一方で, Dung ranking と両立する公理や ranking semantics があることを明らかにした．今後の課題としては, SAF について, より一般的な場合を解決することがあげられる．well-founded な AF については grounded と complete で SAF より Dung ranking が強力であるのは良い性質である．それを考えると, この良い性質を保ったまま, well-founded という制約をどこまで緩めることができるかが, AF の構造としてどこまで一般的な構造を考えるが妥当であるかを考える一つの判断材料となる可能性も考えられる．

参考文献

[1] Phan Minh Dung. On the acceptability of arguments and its fundamental role in nonmonotonic reasoning, logic programming and n-person games. *Artificial Intelligence*, 77(2), pages 321-357, 1995.

[2] Elise Bonzon, Jérôme Delobelle, Sébastien Konieczny, and Nicolas Maudet. A comparative study of ranking-based semantics for abstract argumentation. *In Proceedings of the Thirtieth AAAI Conference on Artificial Intelligence*, AAAI'16, pages 914-920, AAAI Press, 2016.

[3] L. Amgoud and J. Ben-Naim. Ranking-based semantics for argumentation frameworks. In *Scalable Uncertainty Management*, pages 134-147, Springer, 2013.

[4] C. Cayrol and M.-Ch. Lagasquie-Schiex. Graduality in argumentation. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 23, pages 245-297, 2005.

[5] P.-A. Matt and F. Toni. A game-theoretic measure of argument strength for abstract argumentation. *Procs. of JELIA’08, LNCS 5293*, pages 285-297. Springer, 2008.

[6] J. Leite and J. Martins. Social abstract argumentation. In *Proc. 22nd Int’l Joint Conf. on Artificial Intelligence*, pages 2287-2292, 2011.